Abstand Punkt und Gerade

im R² (Punkt und Gerade liegen hier also in einer Ebene)	im R³
Überlegung	
In der Ebene gilt: Eine Gerade wird durch einen Punkt auf der Gerade und dem Normalenvektor bestimmt. Daher kann man die Normalenform einer Ebene aufstellen und aus diesem Grund kann man wie beim Fall Punkt – Ebene den Abstand mit der HESSE´schen Normalenform direkt ausrechnen. Achtung! Dies gilt nur in der Ebene. Im Raum ist die Gerade durch Punkt und Normalenvektor nicht eindeutig bestimmt. Hat die Gerade also die Form $(\overline{x}-\overline{p})\cdot\overline{n}=0$ gilt für den Abstand d vom Punkt R zu g: $d=\mid(\overline{r}-\overline{p})\cdot\overline{n_0}\mid$ bzw. $d=\left\|\frac{a_1r_1+a_2r_2-b}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}}\right\|$	Gegeben ist ein Punkt R und eine Gerade g im R. Sei F der Lotfußpunkt von R auf g. Daher gilt: $d=\left\|\overline{RF}\right\|$. Aber wie bestimmt man nun F? Zwei Möglichkeiten: 1.) Stelle eine Ebene auf, die zu g orthogonal ist und durch R geht oder 2.) algebraisch, da F auf g liegt *und* $\overline{RF}$ orthogonal zu g ist. Vorgehensweise zu 1: Der Richtungsvektor der Geraden ist der Normalenvektor der Ebene. Erstelle damit die Koordinatengleichung bei der noch b zu errechnen ist. Da der Punkt in der Ebene liegt: Einsetzen um b zu erhalten. Dann Gerade und Ebene gleichsetzen und damit dann F zu errechnen. Vorgehensweise zu 2: Da F die oben genannten Gleichungen erfüllen muss, errechne F mit folgender Gleichung: $(Richtungsvektor)\cdot(F-\overline{R})=0$ Für F kann man natürlich nur die Gleichung der Geraden einsetzen, man erhält ein Skalar z.B. t = -2 und errechnet so F.
Beispiel	
Bestimme den Abstand des Punktes R(2|-3) von der Geraden g: $3x_1 + 4x_2 = 11$	Berechne Abstand von R (2|-3|5) und $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\3\\3\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ mit der zweiten Möglichkeit.
Lösung: $d=\frac{17}{5}=3{,}4$	Lösung: $d=\sqrt{20}=2\cdot\sqrt{5}$